

Тема 4.

Числові послідовності.

Границі числових послідовностей

Урок 10. Нерівності з модулем. Повторення

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви навчитеся:

- 1) розуміти зміст модуля числа та його властивості;
- 2) розв'язувати нерівності з модулями різних видів;
- 3) записувати множину розв'язків нерівностей у вигляді інтервалів;
- 4) пояснювати практичне застосування нерівностей з модулем у життєвих та математичних ситуаціях;
- 5) розвивати логічне та аналітичне мислення під час роботи з завданнями.

II. Повторення

1. Обчисліть суму натуральних розв'язків нерівності $(x - 4)(x + 4) < x(x - 4)$.

А	Б	В	Г	Д
3	6	10	15	обчислити неможливо

2. Розв'яжіть нерівність $(x + 4)^2 \leq 16$. (ЗНО, 2014 р.).

А	Б	В	Г	Д
$[-8; 0]$	$(-\infty; 0]$	$(-\infty; 4]$	$[-8; 8]$	$(-\infty; 8]$

3. Установіть відповідність між нерівністю (1–3) та множиною її розв'язків (А–Д).

Нерівність

1 $2x^2 - 6x + 12 > 0$

2 $3x^2 - 9x > 0$

3 $x^2 - 5x + 6 < 0$

Множина розв'язків нерівності

А $(-3; 3)$

Б $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

В $(-\infty; +\infty)$

Г немає розв'язків

Д $(2; 3)$

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

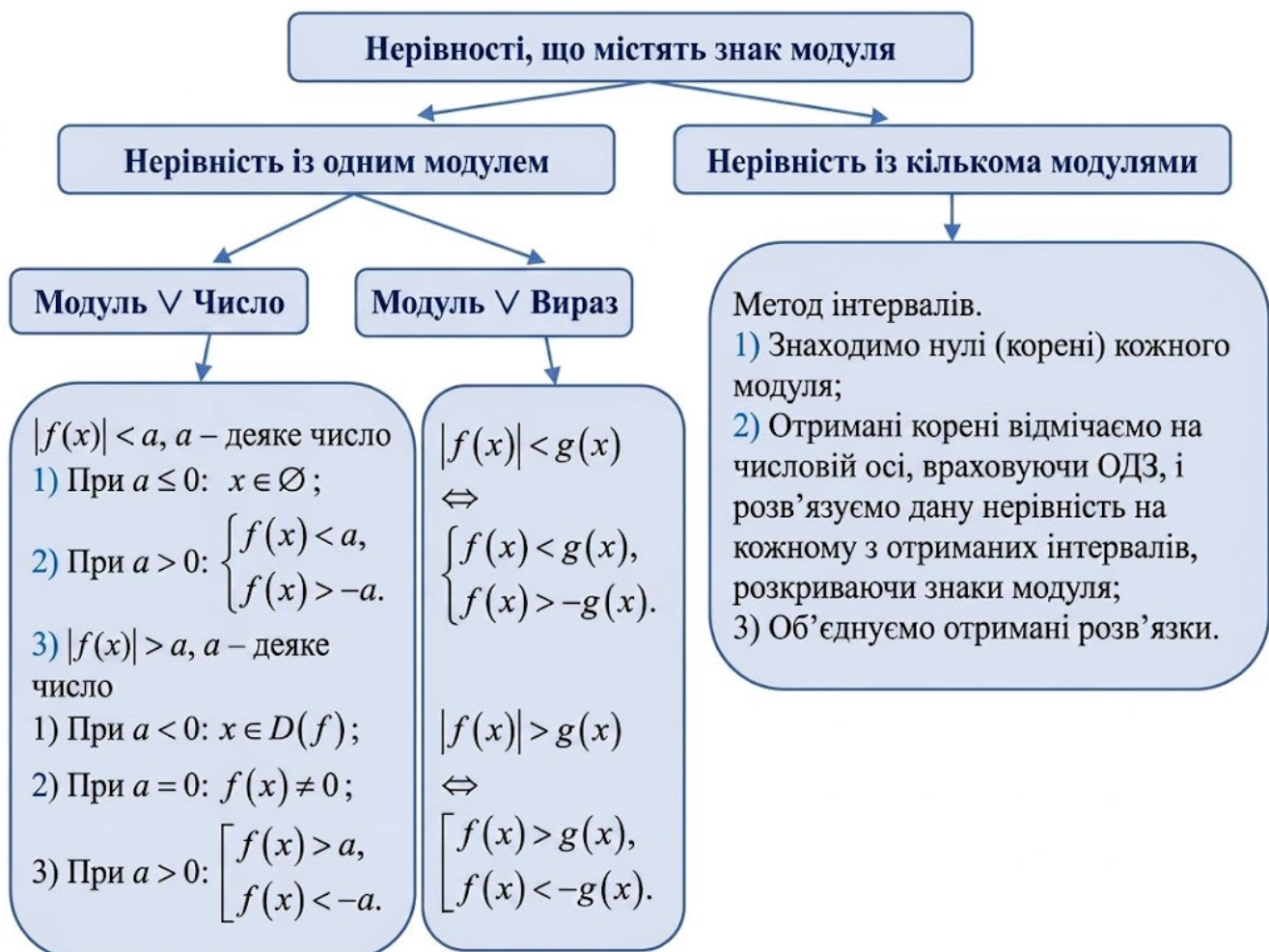
3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

4. Знайдіть добуток цілих розв'язків системи нерівностей $\begin{cases} x^2 \leq 36, \\ 4x > x^2. \end{cases}$

5. Знайдіть довжину інтервалу, що є розв'язком системи нерівностей $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \leq 0, \\ x^2 - 2x + 1 > 0. \end{cases}$

III. Розв'язування нерівностей, які містять знак модуля

Нерівності, які містять знак модуля можна розв'язувати за наступною схемою.



Зауваження. При розв'язуванні нерівностей з модулем усередині іншого модуля потрібно розкривати знаки модулів послідовно або зсередини, або зовні. Доцільніше — зовні.

Зауваження. Розповсюдженим методом розв'язування нерівностей із модулем є введення нової змінної (змінних), у результаті якого дана нерівність зводиться до нерівності або системи нерівностей простішого виду.

«Вгадування» знаків підмодулевих виразів

При розв'язуванні окремих нерівностей з модулями зручно використовувати властивості модулів 1) – 8) (нехай $f(x) = f$, $g(x) = g$).

$$1) \quad |f| < f \Leftrightarrow \emptyset;$$

$$2) \quad |f| \leq f \Leftrightarrow f \geq 0;$$

3) $|f| > f \Leftrightarrow f < 0$;

$$4) \quad |f| \geq f \Leftrightarrow x \in D(f);$$

$$5) |f| < |g| \Leftrightarrow \begin{cases} -g < f < g, \\ g < f < -g; \end{cases} \text{ а також } \begin{cases} |f| < |g| \Leftrightarrow (f-g)(f+g) < 0; \\ |f| > |g| \Leftrightarrow (f-g)(f+g) > 0; \end{cases}$$

$$|f| > |g| \Leftrightarrow (f - g)(f + g) > 0;$$

$$6) |f| + |g| > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f \neq 0, \\ g \neq 0; \end{cases}$$

7) $|f| + |g| < 0 \Leftrightarrow \emptyset$;

$$8) \quad |f| + |g| > f + g \Leftrightarrow \begin{cases} f + g < 0, \\ fg < 0. \end{cases}$$

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $|x^2 + 5x| < 6$.

[illegible]

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $|x^2 - 3x + 15| > 2x^2 - x$.

[illegible]

Приклад 3. Розв'яжіть нерівність $|2x^2 + x + 11| \leq x^2 - 5x + 6$.

[illegible]

Приклад 4. Розв'яжіть нерівність $|2x^2 + x - 1| > |x + 1|$.

[illegible]

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $x|2x-3| < 2$;

2) $x^2 - |5x+6| > 0$;

3) $x^2 - 2x - 8 < 7|x-4|$;

4) $x^2 + |6x-24| \leq 16$;

5) $|x^2 - 3x| + 2x - 6 < 0$;

6) $|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$;

7) $\frac{|x-3|}{x^2-5x+6} \geq 2$;

8) $\frac{|x+3|+x}{x+2} > 1$.

5. Знайдіть кількість цілих розв'язків нерівності $|0,5-x| < 3$.

6. Знайдіть суму цілих розв'язків нерівності $|1,5-3x| < 3$.

7. Знайдіть кількість натуральних розв'язків нерівності $|3-2x| < 4$.

8. Знайдіть найбільше ціле значення x , що задовольняє нерівність $|6x-5| > 7x-8$.

9. Знайдіть кількість натуральних значень x , що задовольняють нерівність $|0,5x+1| > x-5$.

10. Знайдіть суму найбільшого цілого від'ємного та найменшого цілого додатного розв'язків нерівності $\left| \frac{x+1}{2x-1} \right| < 1$.

Рівень В

1. Розв'яжіть нерівність:

1) $|x^2-x| \leq 2$;

2) $|x^2-x-3| < 9$;

3) $|x^2-4| \geq 5$;

4) $|x^2-2x| \geq 8$;

5) $|2x^2-x| \geq 1$;

6) $|x^2-x-4| < 2$.

2. Розв'яжіть нерівність:

1) $\left| \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} \right| \leq 1$; 2) $\left| \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} \right| \leq 0$; 3) $\left| \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} \right| < 0$; 4) $\left| \frac{x^2-3x-1}{x^2+x+1} \right| \leq 3$.

3. Розв'яжіть нерівність:

1) $|2x-1| < |3x+1|$;

2) $|2x+1| \geq |4x-1|$;

3) $|25x^2-x| \leq |x-4|$;

4) $|x^2+x-2| > |x+2|$;

5) $|x+4-x^2| \leq |x^2-5x+4|$;

6) $|2x^2+x-1| > |x+1|$.

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $|x| + |x+3| < 5$;

2) $|2x-1| + |x-3| < 4$;

3) $|x-2| + |x+2| \leq 4$;

4) $|x+3| + |x-4| \leq 11$.

5. Розв'яжіть нерівність:

1) $(3-|x+4|)\operatorname{tg} \frac{13\pi}{8} \leq 0$;

2) $\left(\sqrt{(x+2)^2} - 5 \right) \sin \frac{10\pi}{7} \geq 0$;

3) $(4-|x+1|)\cos \frac{3\pi}{5} < 0$;

4) $\left(\sqrt{(x-1)^2} - 2 \right) \cos \frac{5\pi}{8} > 0$.

6. Знайдіть кількість цілих значень x із проміжку $[-10; 57]$, що задовольняють нерівність $\frac{2x+5}{|x+1|} > 1$.

7. Знайдіть суму цілих значень x , що задовольняють нерівність $\frac{x+1}{|2x-3|} > 2,5$.

8. Розв'яжіть нерівність $\frac{3}{|x+1|+1} > |x+1|-1$.

9. Розв'яжіть нерівність $\frac{5}{|x+2|+2} > |x+2| - 2$.
10. Розв'яжіть нерівність $\frac{2}{|2x+1|+1} \leq -|2x+1| + 2$.

Рівень С

1. Розв'яжіть нерівність:

1) $|3x-1| < 2+x$; 2) $|3x-1| \geq 2+x$; 3) $2|x+1| \leq x+4$; 4) $2|x+1| > x+4$.

2. Розв'яжіть нерівність:

1) $|-x^2+x-1| < |x^2-3x+4|$; 2) $|x-6| > |9-5x+x^2|$;
 3) $\left|\frac{1}{x+2}\right| < \left|\frac{1}{x-1}\right|$; 4) $\left|\frac{2}{x-2}\right| \geq \left|-\frac{3}{2x-1}\right|$.

3. Розв'яжіть нерівність:

1) $|x^2-2x-3| < 3x-3$; 2) $|x-6| < x^2-5x+9$;
 3) $|x^2-3x+2| \geq 2x-x^2$; 4) $|x^2-4|+2x+1 > 0$.

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $\frac{x+2}{|x-2|} > 0$; 2) $\frac{|x^2-9|}{2x-5} > 0$;
 3) $\frac{|x-1|}{x^2-2x-8} \geq 0$; 4) $\frac{x^2+6x-7}{|x+4|} < 0$;
 5) $|x| \cdot (x^2-2x-3) \geq 0$; 6) $\frac{1}{|x|} \cdot (x^2+6x-16) \leq 0$;
 7) $\frac{x^2-7|x|+10}{x^2-6x+9} < 0$; 8) $\frac{x^2-2|x|-3}{x^2-2x+1} < 0$.

5. Розв'яжіть нерівність:

1) $(|\sin x|+1) \cdot (|5x-2|-3) < 0$; 2) $(-5+\cos x) \cdot (|3x-2|-1) \geq 0$;
 3) $(\sqrt{x^2+6x+9}-2) \cdot (\cos x+8) < 0$; 4) $\frac{|x-2|-3}{\sin x-2\pi} > 0$.

6. Розв'яжіть нерівність:

1) $x^2+2|x|-3 \leq 0$; 2) $x^2+5|x|-24 > 0$; 3) $\frac{3}{|x-1|+1} > |x-1|-1$;
 4) $\frac{-2}{|x|+1} \geq |x|-2$; 5) $\frac{5-|x|}{x^2+|x|-2} \geq \frac{|x|-5}{x^2-1}$; 6) $\frac{x^2+|x|-2}{x^2+|x|-6} > 0$.

7. Знайдіть суму найбільшого цілого від'ємного та найменшого цілого додатного

розв'язків нерівності $\left|\frac{2-3|x|}{1+|x|}\right| > 1$.

8. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $|1-ax| = 1 + (1-2a)x + ax^2$ має єдиний корінь.

Рефлексія

- 1) Сьогодні я дізнався/дізналась, що
.....
.....
- 2) Цей урок допоміг мені зрозуміти, що
.....
.....
- 3) Під час уроку я зрозумів/зрозуміла, що вже вмію
.....
.....
- 4) Найскладнішим для мене було
.....
.....
- 5) Тепер я впевнений/упевнена у своїй здатності
.....
.....
- 6) Найбільше мені сподобалося
.....
.....

Можливі теми проєктів

- 1.** Графічний аналіз нерівностей з модулем.
- 2.** Розв'язування систем нерівностей з модулем.
- 3.** Історія та застосування модуля в математиці.
- 4.** Дослідження використання нерівностей з модулем для опису практичних ситуацій.

