

Тема 4.

Числові послідовності.

Границі числових послідовностей

Урок 20. Підсумковий урок з теми «Числові послідовності. Границі числових послідовностей»

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

II. Повторення (5–7 хв)

1. Для послідовності $a_n = \frac{2n-3}{n+1}$ за $\varepsilon = 0,01$ знайдіть найменший номер n_0 такий, щоб при $n > n_0$ справджувалася нерівність: $|a_n - 2| < \varepsilon$.
2. Знайдіть границю числової послідовності, заданої формулою $a_n = \frac{3n^2 + 2}{6n^2 - n}$.
3. Знайдіть найбільше значення n , якщо $a_n = \frac{6^n}{n!}$.
4. У коло з радіусом 10 м вписано правильний трикутник, у цей трикутник вписано коло, в нове коло вписано правильний трикутник, а в цей трикутник вписано знову коло і т. ін. до нескінченності. Знайти суму периметрів усіх побудованих трикутників.

III. Захист індивідуальних (групових) проєктів

IV. Проведення тематичного підсумкового тестування.

Вариант 1

- 1.** Виберіть звичайний дріб, який рівний періодичному десятковому дробу $0,7(5)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{90}$	$\frac{23}{90}$	$\frac{17}{90}$	$\frac{34}{45}$	$\frac{19}{20}$

[illegible]

- 2.** Серед вказаних числових послідовностей оберіть спадну послідовність.

А	Б	В	Г	Д
$a_n = 5n - 12$	$a_n = 3^n - 2^n$	$a_n = n^2 + n - 1$	$a_n = 11 - 3n$	$a_n = \frac{3n+1}{n+1}$

[illegible]

- 3.** Обчисліть суму всіх членів нескінченно спадної геометричної прогресії, в якій $b_n = 5 \cdot 3^{-n}$. (Пробне ЗНО, 2008 р.).

А	Б	В	Г	Д
5	15	2,5	7,5	22,5

[illegible]

- 4.** Серед вказаних послідовностей оберіть обмежену знизу послідовність.

A	Б	В	Г	Д
$a_n = 5 - n^2$	$a_n = n^3 - 8n$	$a_n = -n^2 + 2n - 4$	$x_n = (-1)^n n$	$a_n = \frac{2n+7}{n^2+1}$

[illegible]

5. Скільки членів має числова послідовність, визначена умовою $a_1 = 3$ і $a_{n+1}(a_n + 2) = a_n - 4$?

А	Б	В	Г	Д
2	4	6	8	безліч

6. Укажіть послідовність, границею якої є число 0,6.

А	Б	В	Г	Д
$x_n = 3 + \frac{1}{n}$	$x_n = \frac{7}{\sqrt{n+1}}$	$x_n = \frac{3 + \frac{1}{n}}{5 - \frac{2}{n}}$	$x_n = \frac{\sin n}{n^5}$	$x_n = \frac{4 - \frac{1}{n}}{5 + \frac{2}{n}}$

7. Яке з наведених чисел не є числом Люка?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	29	45

8. Границя якої послідовності дорівнює числу e ?

А	Б	В	Г	Д
$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	$\frac{n}{n+1}$	$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$	$\frac{1}{n}$	$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

9. Послідовність (d_n) задана формулою $d_n = 2 + 3(-1)^n$. Який період значень послідовності?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	немає періоду

- 10.** Установіть відповідність між геометричною прогресією (1–3) та формулою, що виражає суму n членів прогресії (А–Д).

Геометрична прогресія

Сума n членів геометричної прогресії

А Б В Г Д

$$1 \quad 1+2+4+\cdots+2^{n-1}$$

A_{2^n-1}

10000

$$2 \quad 3 + 6 + 12 + \cdots + 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$\mathbf{B} \ 2^{n+1} - 3$$

2

$$\mathbf{3} \quad 1 + 5 + 25 + \cdots + 5^{n-1}$$

$$B \frac{5^n - 1}{4}$$

3 □□□□□

$$\Gamma \quad 3 \cdot 2^n - 3$$

$$\mathbb{D} \ 2^n + 1$$

[illegible]

- 11.** Установіть відповідність між рівнянням (1–3) та коренями (А–Д) рівняння.

Рівняння

Корені рівняння

А Б В Г Д

$$1 + 7 + 13 + \dots + x = 280$$

A 1

1 0000

2 $2 + 5 + 8 + 11 + \dots + x = 155$

Б 7

2 □ □ □ □ □

3 $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\dots+(x+28)=155$

B 29

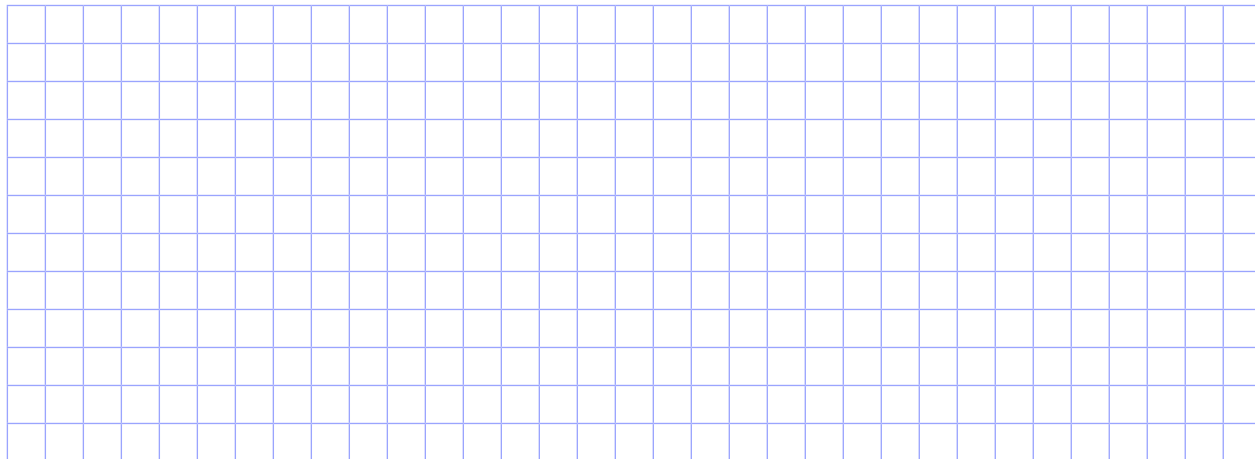
3 □□□□□

Γ 32

Д 55

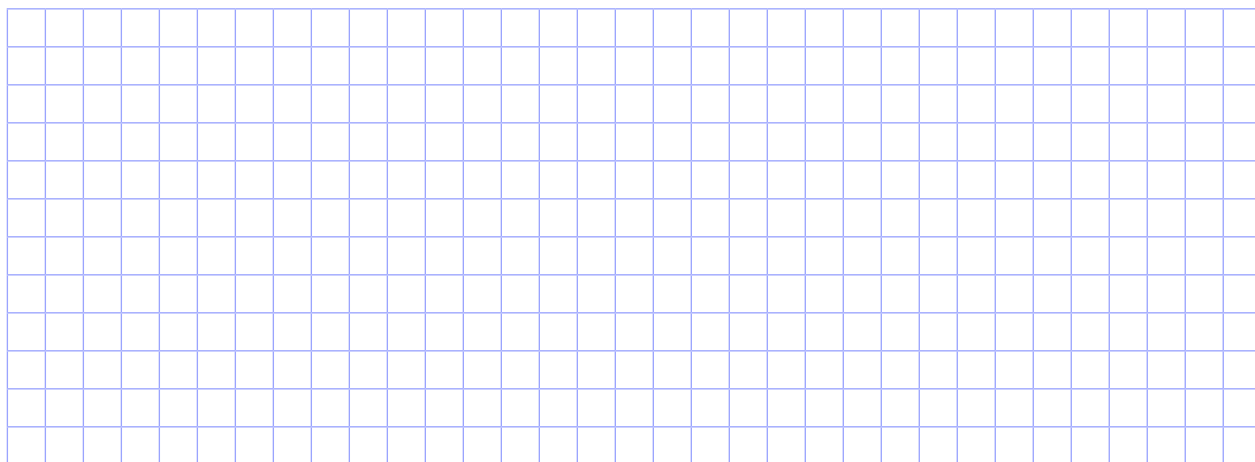
This is a full-page image of a blank sheet of graph paper. The paper has a light gray or off-white background. Overlaid on this background is a uniform grid of thin, light blue horizontal and vertical lines. These lines intersect to form a series of small, identical squares across the entire surface of the page. There are no margins, text, or other markings present.

- 12.** Дослідіть на монотонність послідовність, яка задана формулою $a_n = \frac{3n+5}{n+3}$.

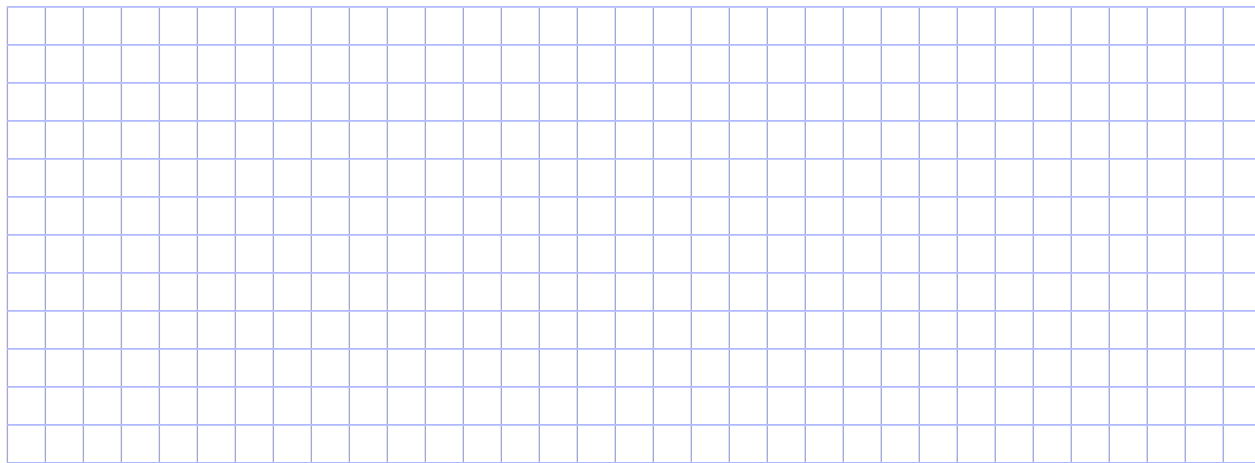


Відповідь.

- 13.** Доведіть, що послідовність $a_n = \frac{n+7}{n+3}$ — обмежена.

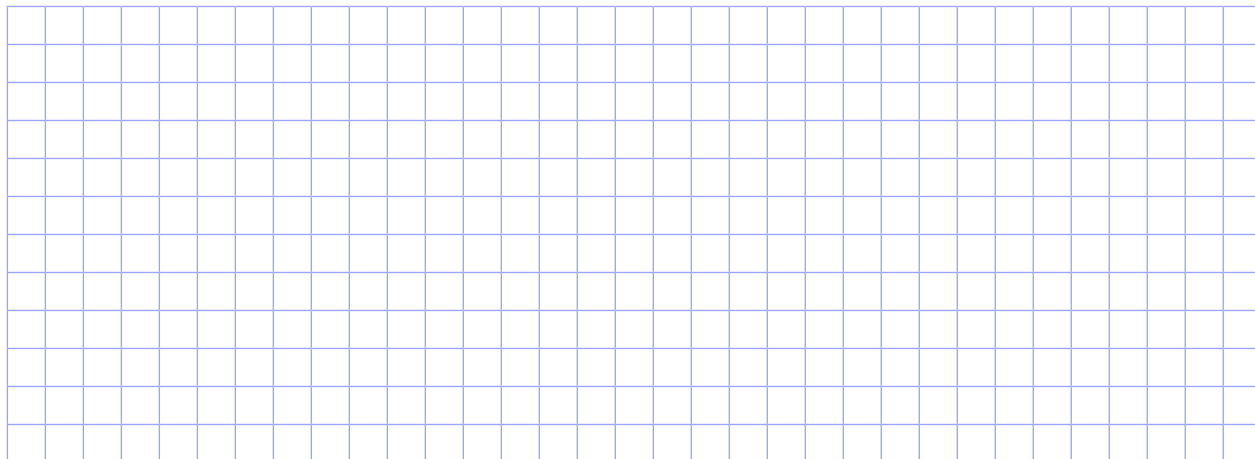


- 14.** Знайдіть $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3}{1+5n^2} + \frac{1-3n^2}{3n+1} \right)$.



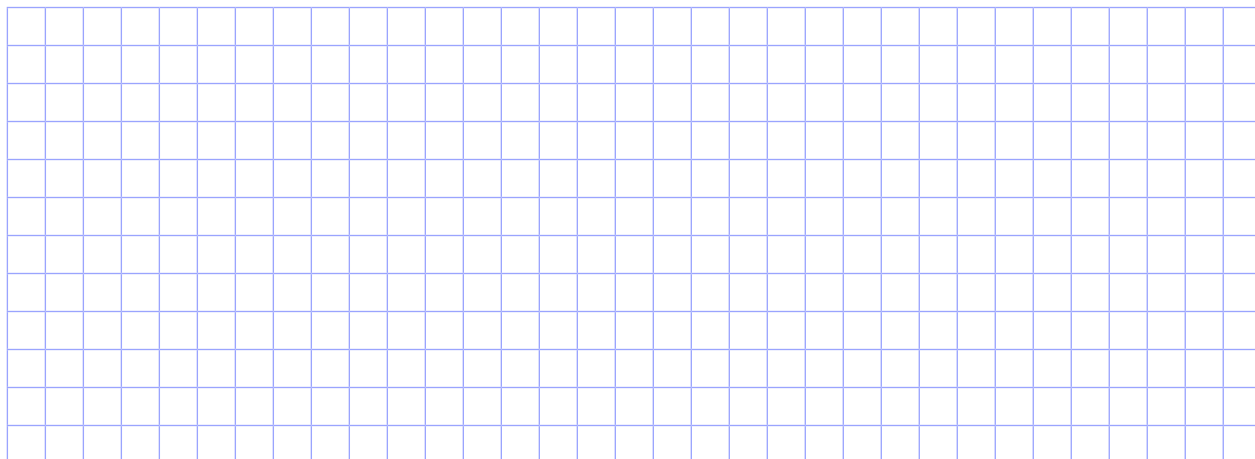
Відповідь.

15. Знайдіть $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + n + 1} - 2n)$.



Відповідь.

16*. Знайдіть $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 6 + 36 + \dots + 6^{n-1}}{4 \cdot 6^{n+2} + 1}$.



Відповідь.

Варіант 2

- 1.** Виберіть звичайний дріб, який дорівнює періодичному десятковому дробу $0,2(5)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{90}$	$\frac{23}{90}$	$\frac{17}{90}$	$\frac{34}{45}$	$\frac{19}{20}$

[illegible]

- 2.** Серед вказаних числових послідовностей оберіть зростаючу послідовність.

А	Б	В	Г	Д
$a_n = -n^2 + n + 1$	$a_n = \frac{n}{4^n}$	$a_n = n^2 + n - 1$	$a_n = 11 - 3n$	$a_n = \frac{n+1}{2n+1}$

[illegible]

- 3.** Знайдіть суму нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо її перший член дорівнює 20, а знаменник дорівнює $-\frac{1}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
−30	30	−15	15	−63

- 4.** Серед вказаних послідовностей оберіть обмежену знизу послідовність.

А	Б	В	Г	Д
$a_n = 12 - n^2$	$x_n = (-1)^n n$	$a_n = -n^2 + 2n - 4$	$a_n = n^3 - 8n$	$a_n = \frac{3n^2 - 1}{n^2 + 1}$

[illegible]

- 5.** Скільки членів має числова послідовність, визначена умовою $a_1 = 1$ і $a_{n+1}(a_n + 2) = a_n - 1$?

А	Б	В	Г	Д
1	3	5	7	безліч

- 10.** Установіть відповідність між геометричною прогресією (1–3) та формулою, що виражає суму n членів прогресії (А–Д).

Геометрична прогресія

$$1 + 3 + 9 + \cdots + 3^{n-1}$$
$$2 + 2 + 8 + 32 + \cdots + 2 \cdot 4^{n-1}$$
$$\mathbf{3} \quad 4 + 12 + 36 + \cdots + 4 \cdot 3^{n-1}$$

Сума n членів геометричної прогресії

$$A \frac{3^n - 1}{2}$$

$$\mathbf{B} \frac{4^n - 1}{3}$$

$$\text{B} \quad \frac{2(4^n - 1)}{3}$$

$$\Gamma \quad 2 \cdot 4^n - 2$$

$$\text{Д } 2(3^n - 1)$$

А Б В Г Д

1 □ □ □ □ □

2

3 □□□□□

A full-page sheet of graph paper. The background is a solid light gray color. Overlaid on this background is a uniform grid of thin, light blue horizontal and vertical lines. These lines intersect to form a series of small, identical squares across the entire page, providing a guide for drawing or writing.

- 11.** Установіть відповідність між початком речення (1–3) та його закінченням (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

1 Сума всіх трицифрових чисел, кратних 9, які не більші за 1000, дорівнює

2 Сума всіх натуральних чисел, менших від 1000, які кратні 7, дорівнює

3 Сума всіх парних трицифрових чисел, які діляться на 3, дорівнює

Закінчення

речення

A 1.

Б 7.

B 29.

Γ 32.

Д 55.

А Б В Г Д

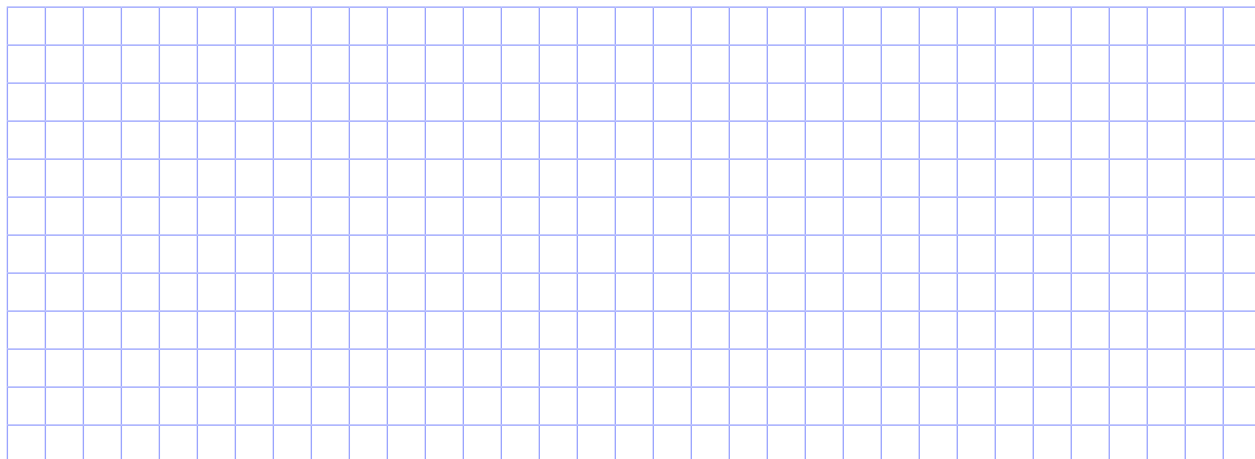
1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 □ □ □ □ □

3

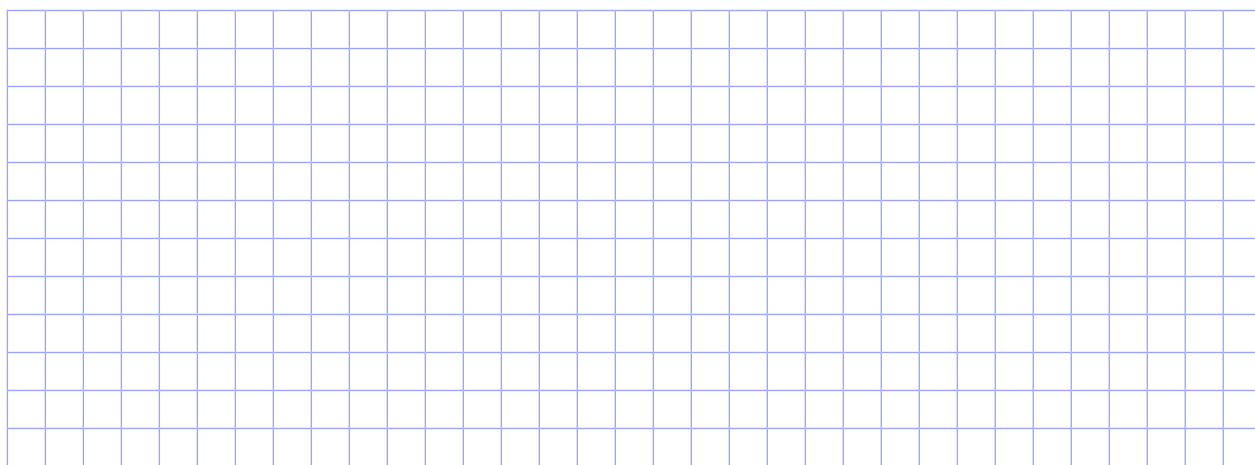
A full-page sheet of graph paper. The background is a solid light gray color. Overlaid on this background is a uniform grid of thin, light blue horizontal and vertical lines. These lines intersect to form a series of small, identical squares across the entire page, providing a guide for drawing or writing.

- 12.** Дослідіть на монотонність послідовність, яка задана формулою $a_n = n^2 + 2n - 5$.

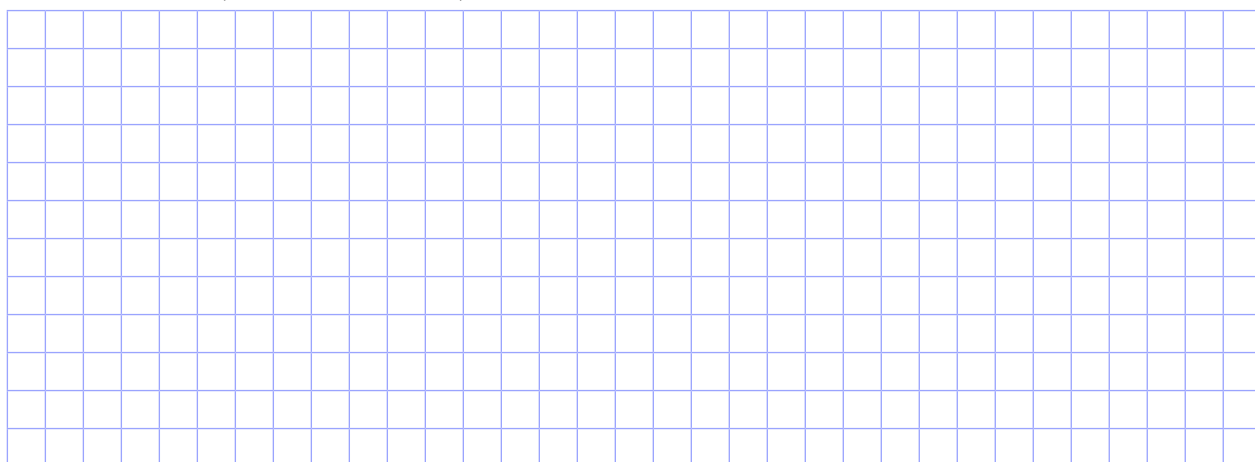


Відповідь.

- 13.** Доведіть, що послідовність (a_n) , $a_n = \frac{2n+9}{n+3}$ обмежена.

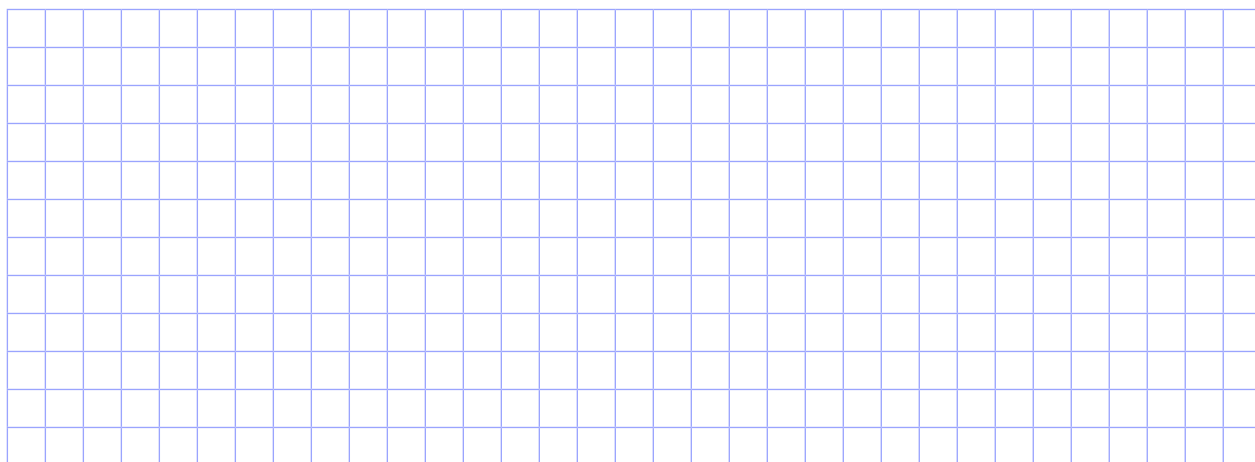


- 14.** Знайдіть $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 1}{3n - 1} + \frac{2 - 4n^3}{1 + 4n^2} \right)$.



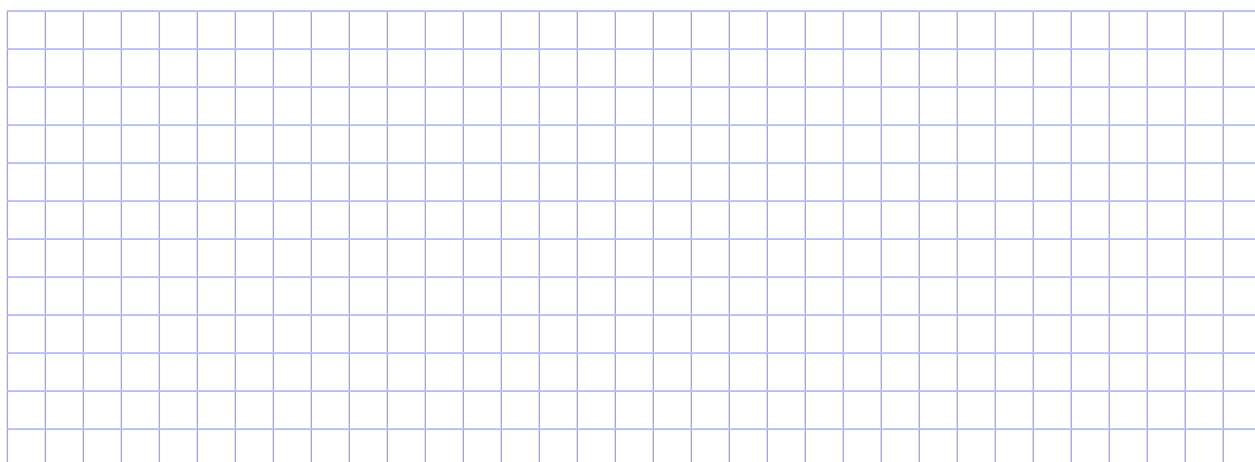
Відповідь.

15. Знайдіть $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - n} - n)$.



Відповідь.

16*. Знайдіть $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 6 + 12 + \dots + 3 \cdot 2^{n-1}}{5 \cdot 2^{n+1} + 3}$.



Відповідь.

Рефлексія

Зобразіть сходи успіху і позначте свій рівень розуміння вивченої теми.

1 сходинка — «Мені важко, потрібно ще попрацювати».

2 сходинка — «Я щось зрозумів/зрозуміла, але ще маю запитання».

3 сходинка — «Можу розв'язувати завдання самостійно».

4 сходинка — «Можу пояснити завдання іншим».

