

# 11

## Тема 4. Числові послідовності. Границі числових послідовностей

### Урок 9. Рівняння, що містять знак модуля. Повторення

#### План уроку

1. Модуль дійсного числа та основні властивості модуля.
2. Розв'язування рівнянь, які містять знак модуля.

#### Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

досліджує специфічну проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела [12 МАО 1.2.1–1 П];

визначає межі даних, формулює припущення щодо даних у специфічних проблемних ситуаціях [12 МАО 1.2.3–1 П];

обирає серед кількох різних стратегій розв'язання специфічних проблемних ситуацій таку, що задовольняє певні умови [12 МАО 2.2.2–1 П];

здійснює перехід від абстрактного до конкретного та від конкретного до абстрактного [12 МАО 2.3.1–2 П].

#### Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) Теорію подавайте стисло, акцентуйте увагу (коли можливо) на її практичному застосуванні.
- 5) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні задачі. Обирайте ілюстративні задачі на власний розсуд.

- 6) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на власний розсуд.
- 7) Заплануйте розв'язання практичної задачі. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.
- 8) Пропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів та задач і навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 9) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.
- 10) Можливі теми для створення проєктів запропоновані.
- 11) Запропонуйте учням/ученицям дати відповіді на запитання для рефлексії.

## I. Організаційна частина (2 хв)

### Мотиваційні запитання

- 1) Чи буває відстань від'ємною? Як це пов'язано зі знаком модуля?
- 2) Чи зустрічали ви знак модуля у рівняннях?
- 3) Чи використовуємо ми поняття модуля в реальному житті?
- 4) Чи допомагає модуль визначати похибки при обчисленнях?

## II. Усно. Повторення (3–4 хв)

1. Знайдіть кінцеве положення точки  $A(-3)$ , якщо її перемістити вправо на 2 одиниці, вправо на 4 одиниці і вліво на 6 одиниць.

| А      | Б      | В       | Г       | Д              |
|--------|--------|---------|---------|----------------|
| $A(3)$ | $A(0)$ | $A(-9)$ | $A(-3)$ | інша відповідь |

Відповідь. Г.

2. Яка відстань між точками  $A(-2,5)$  і  $B(3,5)$  на числовій прямій?

| А   | Б    | В | Г | Д              |
|-----|------|---|---|----------------|
| 3,5 | -2,5 | 5 | 6 | інша відповідь |

Відповідь. Г.

3. Знайдіть значення виразу  $-5a + 4 \cdot (2a - 4) - 20$ , якщо  $a = 20$ .

| А  | Б  | В  | Г  | Д              |
|----|----|----|----|----------------|
| 26 | 24 | 32 | 22 | інша відповідь |

Відповідь. Б.

4. Розв'яжіть рівняння  $4x^2 - 2x(2x - 1) + 20 = 0$ .

Відповідь.  $-10$ .

5. Доведіть, що значення виразів

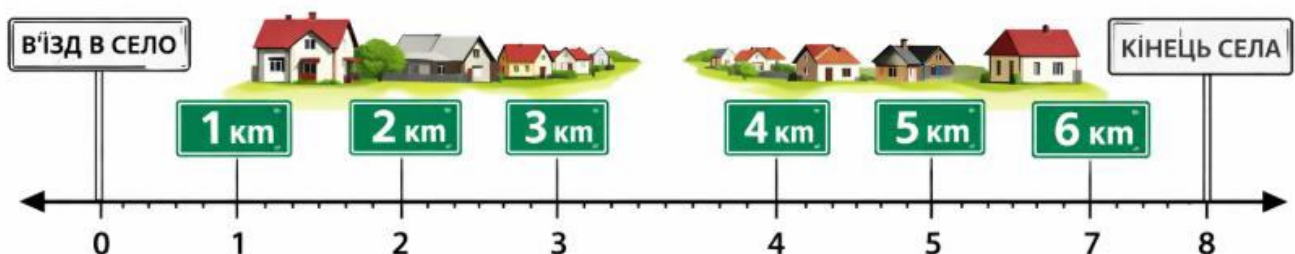
$$A = 5x^2 - x(4x - 2) - 3(x + 2) - x^2 + x - 6 \text{ і } B = 7 - 3x(4 - 2x) - (5x^2 - x) - x^2 + 11x - 10$$

не залежать від значень  $x$ . З'ясуйте, значення якого із даних виразів більше.

Відповідь.  $A = -12$ ;  $B = -3$ ;  $B > A$ .

### Як я вирішую певну проблему?

**Задача.** Після сильного буревію в селі перестав працювати мобільний зв'язок. Для відновлення зв'язку планують встановити тимчасову антену вздовж прямої дороги, що проходить через усе село. Вздовж цієї ж дороги розташовані будинки мешканців. Знайдіть таку точку  $x$  на дорозі, у якій слід встановити антену, щоб сума відстаней від цієї точки до всіх будинків була найменшою, якщо на мапі координат перший будинок розташований за 1 км від в'їзду в село, а останній — за 6 км (див. рисунок).



## III. Модуль дійсного числа та основні властивості модуля

**Означення. Модулем** числа  $x$  називають таке число  $|x|$ , що

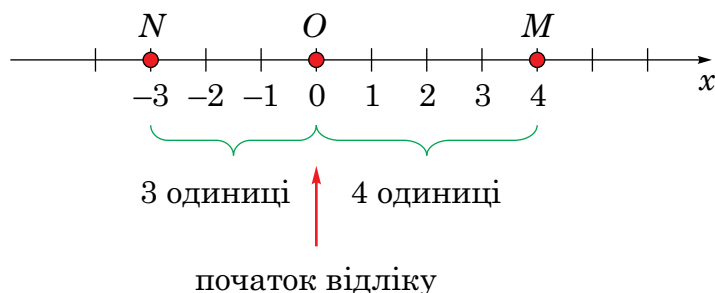
$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -x, & x < 0; \end{cases} = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Наприклад,  $|2| = 2$ ,  $|0| = 0$ ,  $|-3| = 3$ ,  $|\sqrt{2} - 5| = 5 - \sqrt{2}$ ,  $|\sin 100^\circ| = \sin 100^\circ$ ,  
 $|\cos 130^\circ| = -\cos 130^\circ$ .

## Геометричний зміст модуля

**Теорема.** Модуль різниці двох чисел дорівнює відстані між точками, які зображають ці числа.

Розглянемо геометричну інтерпретацію (див. рисунок).



Точка  $N$  має на числовій прямій координату  $(-3)$ , тому відстань від  $N$  до  $O$  дорівнює  $|-3|$ , тобто  $NO = |-3| = 3$ .

Точка  $M$  має координату 4, тому  $OM = |4| = 4$ .

## Основні властивості модулів

- |                      |                                                   |                               |                                 |
|----------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $ a  \geq 0$ ;    | 2) $ -a  =  a $ ;                                 | 3) $ a - b  =  b - a $ ;      | 4) $ ab  =  a  \cdot  b $ ;     |
| 5) $ a^n  =  a ^n$ ; | 6) $\left \frac{a}{b}\right  = \frac{ a }{ b }$ ; | 7) $ a + b  \leq  a  +  b $ ; | 8) $  a  -  b   \leq  a - b $ . |

## Ілюстративні приклади

- 6.** Обчисліть значення виразу  $|2a - 3| - |1 - 2a|$ , якщо  $a = -2$ .

*Розв'язання.*  $|2a - 3| - |1 - 2a| = |2 \cdot (-2) - 3| - |1 - 2 \cdot (-2)| = |-7| - |5| = 7 + 5 = 12$ .

*Відповідь.* 12.

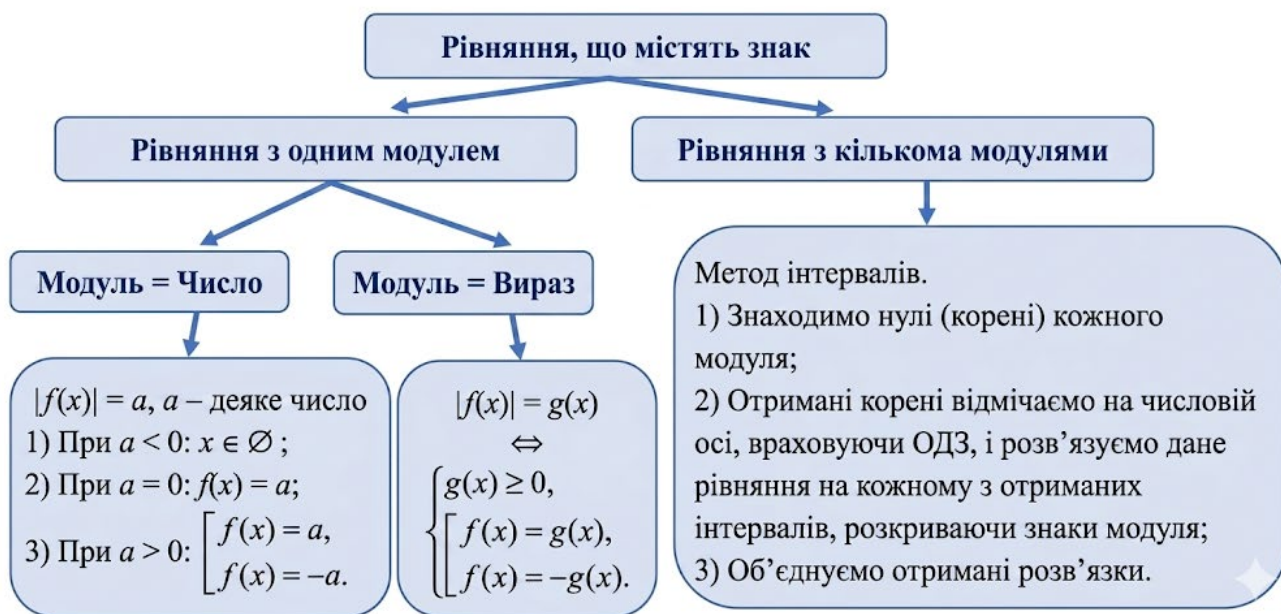
- 7.** Знайдіть значення виразу  $|3 - \sqrt{10}| + |\sqrt{10} - 3|$ .

*Розв'язання.*  $|3 - \sqrt{10}| + |\sqrt{10} - 3| = -3 + \sqrt{10} + \sqrt{10} - 3 = 2\sqrt{10} - 6$ .

*Відповідь.*  $2\sqrt{10} - 6$ .

## IV. Розв'язування рівнянь, які містять знак модуля

Рівняння, які містять знак модуля можна розв'язувати за наступною схемою.



**Зауваження.** При розв'язуванні рівнянь з модулем усередині іншого модуля потрібно розкривати знаки модулів послідовно або зсередини, або зовні. Доцільніше — зовні.

**Зауваження.** Розповсюдженим методом розв'язування рівнянь із модулем є введення нової змінної (змінних), у результаті якого дане рівняння зводиться до рівняння або системи рівнянь простішого виду.

### «Вгадування» знаків підмодулевих виразів

Під час розв'язування окремих рівнянь з модулями зручно використовувати властивості модулів 1) – 9) (нехай  $f(x) = f, g(x) = g$ ):

- |                                                                                         |                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) $ f  = f \Leftrightarrow f \geq 0$ ;                                                 | 2) $ f  = -f \Leftrightarrow f \leq 0$ ;                                                |
| 3) $ f  =  g  \Leftrightarrow \begin{cases} f = g, \\ f = -g; \end{cases}$              | 4) $ f  +  g  = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f = 0, \\ g = 0; \end{cases}$           |
| 5) $ f  +  g  = f + g \Leftrightarrow \begin{cases} f \geq 0, \\ g \geq 0; \end{cases}$ | 6) $ f  +  g  = f - g \Leftrightarrow \begin{cases} f \geq 0, \\ g \leq 0; \end{cases}$ |
| 7) $ f  -  g  = f + g \Leftrightarrow \begin{cases} f \geq 0, \\ g \leq 0; \end{cases}$ | 8) $ f + g  =  f  +  g  \Leftrightarrow fg \geq 0$ ;                                    |
| 9) $ f - g  =  f  +  g  \Leftrightarrow fg \leq 0$ .                                    |                                                                                         |

### Ілюстративні приклади

**8.** Розв'яжіть рівняння  $|x^2 + 5x + 6| = 2$ .

*Розв'язання.* Дане рівняння рівносильне сукупності:

$$\begin{cases} x^2 + 5x + 6 = 2, & \begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0, & \begin{cases} x = -4, \\ x^2 + 5x + 6 = -2; & \begin{cases} x^2 + 5x + 8 = 0; & \begin{cases} x = -1. \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

*Відповідь.*  $-4; -1$ .

**9.** Розв'яжіть рівняння  $|-x^2 - 7x + 9| = \sqrt{6} - 6$ .

*Розв'язання* Оскільки  $\sqrt{6} - 6 < 0$ , то рівняння коренів не має.

*Відповідь.* Коренів немає.

**10.** Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 7$ .

*Розв'язання* Під знаком кореня стоїть повний квадрат різниці  $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$  і, враховуючи властивість арифметичного квадратного кореня  $\sqrt{a^2} = |a|$ , отримаємо:

$$\sqrt{(x-3)^2} = 7; |x-3| = 7; \begin{cases} x-3 = 7, \\ x-3 = -7; \end{cases} \begin{cases} x = 10, \\ x = -4. \end{cases}$$

*Відповідь.*  $-4; 10$ .

**11.** Розв'яжіть рівняння  $\left| \frac{1}{x-8} \right| = \left| \frac{1}{8-x} \right|$ .

*Розв'язання* За властивістю модуля  $|-a| = |a|$  маємо:  $\left| \frac{1}{x-8} \right| = \left| \frac{1}{x-8} \right|$ .

Рівняння перетворюється на тотожність, яка визначена при будь-якому  $x$ , крім  $8$ .

*Відповідь.*  $(-\infty; 8) \cup (8; +\infty)$ .

**12.** Розв'яжіть рівняння  $|x^2 - 2x| = 3 - 2x$ .

*Розв'язання.* Дане рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} 3 - 2x \geq 0, \\ \begin{cases} x^2 - 2x = 3 - 2x, \\ x^2 - 2x = -3 + 2x; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x \leq 1,5, \\ \begin{cases} x^2 = 3, \\ x^2 - 4x + 3 = 0; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x \leq 1,5, \\ \begin{cases} x = \pm\sqrt{3}, \\ x = 1, \\ x = 3; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x = -\sqrt{3}, \\ x = 1. \end{cases}$$

*Відповідь.*  $-\sqrt{3}; 1$ .

**13.** Розв'яжіть рівняння  $|x^2 - 3x + 2| + |x^3 - 3x - 2| = 0$ .

*Розв'язання.* Дане рівняння рівносильне системі:  $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0, \\ x^3 - 3x - 2 = 0. \end{cases}$

Найпростіше — знайти корені першого рівняння:  $x = 1$  або  $x = 2$ .

Якщо система має розв'язки, то це можуть бути тільки числа  $1$  або  $2$ . Підставляючи ці числа у друге рівняння бачимо, що  $x = 2$  є розв'язком системи, а  $x = 1$  — ні.

*Відповідь.*  $2$ .

**14.** Розв'яжіть рівняння  $|x^2 - x| + |x - 2| = x^2 - 2$ .

*Розв'язання.* Використаємо властивість:  $|f| + |g| = f + g \Leftrightarrow \begin{cases} f \geq 0, \\ g \geq 0. \end{cases}$

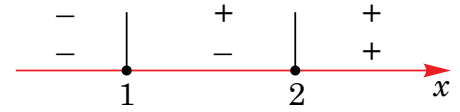
Оскільки  $(x^2 - x) + (x - 2) = x^2 - 2$ , то рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} x^2 - x \geq 0, \\ x - 2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty), \\ x \geq 2; \end{cases} x \geq 2.$$

*Відповідь.*  $[2; +\infty)$ .

**15.** Розв'яжіть рівняння  $|x-1| + |x-2| = 4$ .

*Розв'язання.* Нулями підмодульних виразів  $|x-1|$  та  $|x-2|$  є числа  $x=1$  та  $x=2$  відповідно. Тому розіб'ємо числову пряму цими числами на три проміжки (див. рисунок) та розглянемо дане рівняння на кожному з отриманих проміжків.



**I.** Якщо  $x < 1$ , то:

$$-x + 1 - x + 2 = 4,$$

$$x = -0,5.$$

Перевіряємо належність коренів даному інтервалу:  $-0,5 \in (-\infty; 1)$ .

**II.** Якщо  $1 \leq x < 2$ , то:

$$x - 1 - x + 2 = 4,$$

$$1 = 4.$$

Отримане рівняння не має коренів.

**III.** Якщо  $x \geq 2$ , то:

$$x - 1 + x - 2 = 4,$$

$$x = 3,5.$$

Перевіряємо належність коренів даному інтервалу:  $3,5 \in [2; +\infty)$ .

Отже,  $x = -0,5$  і  $x = 3,5$  — корені рівняння.

*Відповідь.*  $-0,5; 3,5$ .

**16.** Розв'яжіть рівняння:  $\left| \frac{x-1}{x+7} \right| + \left| \frac{x+7}{x-1} \right| = 2,5$ .

*Розв'язання.* Нехай  $\left| \frac{x-1}{x+7} \right| = t$ . Тоді дане рівняння набуває виду:

$$t + \frac{1}{t} = 2,5, \begin{cases} 2t^2 - 5t + 2 = 0, \\ t \neq 0; \end{cases} \begin{cases} t = 0,5, \\ t = 2. \end{cases}$$

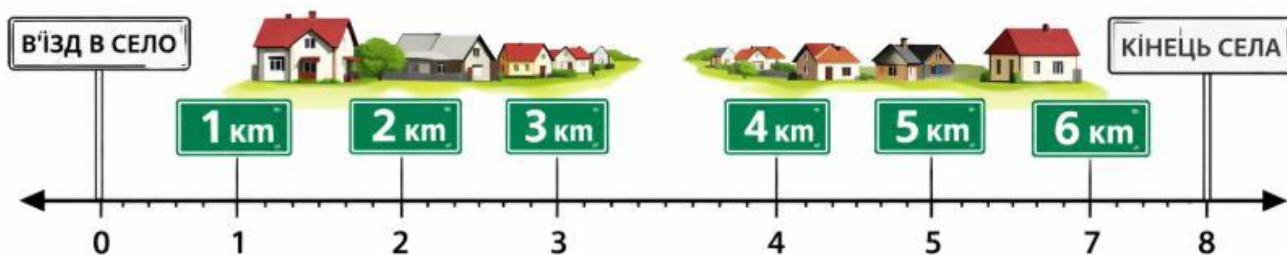
Повернемося до заміни:  $\begin{cases} \left| \frac{x-1}{x+7} \right| = 0,5, \\ \left| \frac{x-1}{x+7} \right| = 2; \end{cases} \begin{cases} \frac{x-1}{x+7} = \pm 0,5, \\ \frac{x-1}{x+7} = \pm 2; \end{cases} \begin{cases} x = 9, \\ x = -1\frac{2}{3}, \\ x = -15, \\ x = -4\frac{1}{3}. \end{cases}$

*Відповідь.*  $-15; -4\frac{1}{3}; -1\frac{2}{3}; 9$ .

## V. Розв'язання практичної задачі. Групова активність (7–8 хв)

### Як я вирішую певну проблему?

**Задача.** Після сильного буревію в селі перестав працювати мобільний зв'язок. Для відновлення зв'язку планують встановити тимчасову антену вздовж прямої дороги, що проходить через усе село. Вздовж цієї ж дороги розташовані будинки мешканців. Знайдіть таку точку  $x$  на дорозі, у якій слід встановити антену, щоб сума відстаней від цієї точки до всіх будинків була найменшою, якщо на мапі координат перший будинок розташований за 1 км від в'їзду в село, а останній — за 6 км (див. рисунок).



**Розв'язання.** Розглянемо функцію  $F(x) = |x - 1| + |x - 6|$ , що визначає можливі точки для розташування антени та побудуємо її графік.

**I випадок.** Якщо  $x < 1$ , то  $F(x) = -x + 1 - x + 6$ ,  $F(x) = -2x + 7$ .

**II випадок.** Якщо  $1 \leq x < 6$ , то

$$F(x) = x - 1 - x + 6, F(x) = 5.$$

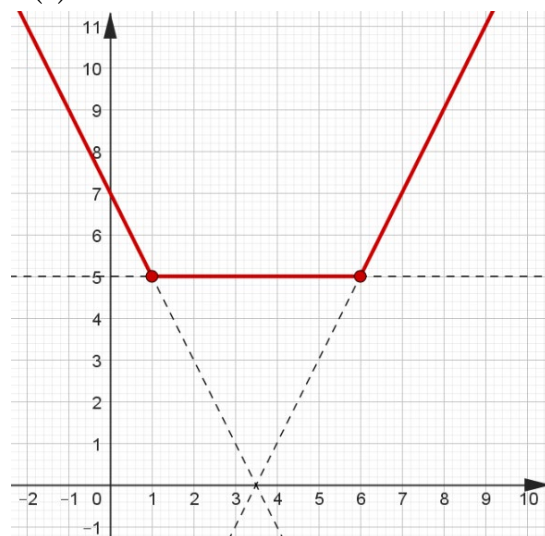
**III випадок.** Якщо  $x \geq 6$ , то

$$F(x) = x - 1 + x - 6, F(x) = 2x - 7.$$

$$\text{Отже, } F(x) = \begin{cases} -2x + 7, & x < 1, \\ 5, & 1 \leq x < 6, \\ 2x - 7, & x \geq 6. \end{cases}$$

Графік даної функції (див. рисунок) показує, що найменше значення суми відстаней — 5 км і для встановлення антени можна вибрати будь-яку точку з проміжку  $[1; 6]$ .

**Відповідь.** Будь-яка точка із проміжку  $[1; 6]$ .



## VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

### Рівень А

**1.** Розкрийте модуль:

1)  $\left| \frac{\pi}{3} - 1 \right|$ ;

2)  $\left| 2 - \frac{\pi}{3} \right|$ ;

3)  $\left| x - \frac{x^2}{4} - 1 \right|$ ;

4)  $|x^2 + 2x + 2|$ .



**2.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|4x - 1| = 11$ ;

2)  $|2x + 7| = -6$ ;

3)  $|6x - 12| = 0$ ;

4)  $|x^2 + x| = 0$ ;

5)  $|x^2 - 4x| = 5$ ;

6)  $|x^2 - 5x + 4| = 4$ .

**3.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $\left| \frac{4}{3-2x} \right| = 3$ ;

2)  $\left| \frac{x+1}{2x-1} \right| = 1$ ;

3)  $\left| \frac{2x+1}{x-1} \right| = 1$ .

**4.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|2x - 1| = |3x + 2|$ ;

2)  $|3 - 4x| = |2x + 1|$ .

**5.** Відомо, що  $a + b < 0$ ,  $a > 0$ ,  $b < 0$ . Порівняйте з нулем значення виразу  $|a| - |b|$ .

**6.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $||x| - 2| = 2$ ;

2)  $||x| + 2| = 1$ .

**7.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|2x - 3| = |1 + 2x|$ ;

2)  $|x - 2| = 3|x + 3|$ ;

3)  $|x + 1| - 2|x - 3| = 0$ ;

4)  $|x| = |5 - 2x|$ ;

5)  $|x - 3| = 3|x + 3|$ ;

6)  $2|x + 1| = |3 - x|$ .

**8.** Знайдіть суму коренів рівняння  $|2x - 7| = 3$ .

**9.** Знайдіть суму квадратів коренів рівняння  $x^2 - 4|x| + 1 = 0$ .

**10.** Знайдіть суму раціональних коренів рівняння  $|x^2 - x - 5| = 1$ .

**11.** Знайдіть найменший корінь рівняння  $|3x^2 + 5x - 9| = |6x + 15|$ .

**12.** Знайдіть кількість коренів рівняння  $|x^2 + x - 3| = x$ .

## Рівень В

**1.** Спростіть вираз:

1)  $(3|x| - |y|)(3|x| + |y|)$ ;      2)  $(2|a| - 3|b|)^2 + (2|a| + 3|b|)^2$ ;      3)  $\frac{|m| - |n|}{|m| + |n|} - \frac{|m| + |n|}{|m| - |n|}$ .

**2.** Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} |x + y - 4| = \pi, \\ |x - 3| + |y - 1| = 3. \end{cases}$

**3.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|||x| - 2| - 1| - 2| = 2$ ;

2)  $\left| \frac{1}{6} - \left| \frac{1}{6} - |x - 1| \right| \right| = 0,5$ .

**4.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|x^2 + x + 1| = |x^2 + 3x - 1|$ ;

2)  $|x^2 + 2x - 3| = |6x - 6|$ ;

3)  $|x - x^2 - 1| = |2x - 3 - x^2|$ ;

4)  $3|2x^2 + 4x + 1| = |x^2 + 5x + 3|$ .

**5.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|3x - 1| = 2 + x$ ;

2)  $2|x + 1| = x + 4$ ;

3)  $|x^2 + x - 1| = 2x - 1$ ;

4)  $|x^2 + 3x - 4| = 3x$ ;

5)  $|x^2 - x + 3| = x + 2$ ;

6)  $|x^2 - 4x + 3| = 5 - 2x$ .

**6.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $6x - x^2 - 9 = |x - 3|$ ;

2)  $x^2 - 3x + 2|x - 2| = 0$ ;

3)  $|4x - 1| = \frac{1}{3x - 1}$ ;

4)  $\left| 2 + \frac{7}{x - 3} \right| = \frac{7x + 17}{5}$ .

**7.** Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{lll} 1) x^2 - 3|x| = 0; & 2) x^2 + |x| - 2x = 0; & 3) x^2 - \frac{|x|}{x} = 0; \\ 4) x^2 - \frac{2x^2}{|x|} = 0; & 5) 2x^2 + 5|x| = 0; & 6) x^2 + \frac{4x^2}{|x|} = 0. \end{array}$$

**8.** Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) |x^2 + 7x - 4| = 4; & 2) x^2 + 6|x| + 8 = 0; \\ 3) x^2 - 4|x| - 21 = 0; & 4) x|2x + 1| - 3x - 4 = 0; \\ 5) 5x^2 - 8|x| + 3 = 0; & 6) x^2 - 8\sqrt{x^2} + 15 = 0; \\ 7) x^2 + \frac{4x^2}{|x|} - 12 = 0; & 8) ||x^2 - 6x + 4| - 3| = 1. \end{array}$$

**9.** Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) |x^2 - 1| + |x^2 + 6x - 7| = 0; & 2) |x^2 + 2x - 3| + |x^2 + 7x + 12| = 0; \\ 3) |x^2 - 3x - 10| + |2x^2 - 9x - 5| = 0; & 4) |x^3 + x - 2| + |x^2 + 4x - 5| = 0. \end{array}$$

**10.** Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) |x + 2| + |x - 3| = 5; & 2) |x - 3| + 2|x + 1| = 4; \\ 3) |5 - x| + |x - 1| = 10; & 4) |x - 2| - |5 + x| = 3; \\ 5) |2x - 1| - |2x - 4| = 15 - 6x; & 6) |x| + |x - 1| + |x - 2| = 2. \end{array}$$

**11.** Знайдіть суму коренів рівняння:  $|x - 3| = -x^2 + 4x - 3$ .

**12.** Знайдіть суму цілих коренів рівняння  $|x^2 + 2x - 3| = 3 - 2x - x^2$ .

### Рівень С

**1.** Побудуйте графік функції:

$$1) y = |x + 3| + |x - 1|; \quad 2) y = 2|x - 2| - |x - 1|.$$

**2.** Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) |12 - 8x + x^2| = x^2 - 8x + 12; & 2) |x^2 - 8x + 12| = 8x - 12 - x^2; \\ 3) \left| \frac{1 + 3x}{2x - 4} \right| = \frac{1 + 3x}{4 - 2x}; & 4) \left| \frac{x^5}{1 - x^2} \right| = \frac{x^5}{1 - x^2}. \end{array}$$

**3.** Розв'яжіть рівняння:

$$1) x^2 - 2x - 5|x - 1| + 5 = 0; \quad 2) x^2 + 2x + 2|x + 1| = 7.$$

**4.** Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) |2x^2 - 3x + 4| = |3x - 2| + 2x^2 + 2; & 2) |2x - x^2 - 6| + |x - 10| = x^2 - 3x + 16; \\ 3) |5x - x^2 - 10| + |x - 21| = x^2 - 6x + 31; & 4) |9x - x^2 - 22| + |3x - 54| = x^2 - 12x + 76. \end{array}$$

**5.** Чому дорівнює кількість цілих розв'язків рівняння, які не більші за 30:

$$1) \left| \frac{x + 3}{x} \right| + |x| = \left| \frac{x^2 + x + 3}{x} \right|; \quad 2) \left| \frac{5 - x}{x} \right| + |x^3| = \frac{x^4 - x + 5}{x} ?$$

**6.** Обчисліть найбільший корінь рівняння  $\frac{4}{|x| + 3} - \frac{5}{3 - |x|} = \frac{1}{|x| - 3} - 1$ .

7. Знайдіть суму цілих коренів рівняння  $\left| \frac{x^2 - 1}{x + 7} \right| + \left| \frac{x + 7}{x^2 - 1} \right| = 2,5$ .
8. При яких значеннях параметра  $a$  множина коренів рівняння  $|x - 1| + |x - a| = 1 - a$  містить три цілих числа?
9. При яких значеннях параметра  $a$  множина коренів рівняння  $|x - 3| + |x - a| = a - 3$  містить одне парне число?

## VII. Рефлексія (1–2 хв)

- 1) На уроці я дізнався/дізналася .....
- 2) Мені найбільше запам'яталося .....
- 3) Для мене було найцікавішим .....
- 4) Для мене було найскладнішим .....
- 5) Я припустився/припустилася помилки .....
- 6) Я хочу повторити, аби краще зрозуміти .....
- 7) Поради собі до наступного уроку .....

### Можливі теми проєктів

1. Дослідження графіків функцій зі знаком модуля.
2. Застосування модуля для опису швидкості, відстані або зміни величин у задачах на рух.

### Список використаної літератури

- 1) Ключко І. Я. Математика: Тестові завдання. Ч. І. Алгебра (зовнішнє незалежне оцінювання) / І. Я. Ключко. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2021.

- 2) Мерзляк А. Г. Алгебра для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики : підручн. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2017.
- 3) Офіцеров К. М. Розв'язування рівнянь і нерівностей із модулем. Х.: Вид. група «Основа», 2017. — 92, [4] с. (Б-ка журн. «Математика в школах України»; Вип. 4 (172)).